**Вопросы к экзамену по курсу «Дискретная математика»**

*Лекторы: В. Б. Алексеев, С. С. Марченков, Д.С.Романов;*

*весна 2012 года*.

В билете 2 вопроса (один из части А и один из части В) и задача.

**Часть А** – ответ без подготовки, по любым материалам (конспекты, книжки, распечатки лекций и т.д.). Проверяется, насколько осознаны все доказательства (основной вопрос – «почему?»). Определения и формулировки – без конспектов.

1. Двойственность. Класс самодвойственных функций, его замкнутость.
2. Лемма о нелинейной функции.
3. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.
4. Теорема о предполных классах.
5. Деревья. Свойства деревьев.
6. Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.
7. Алгоритм распознавания взаимной однозначности алфавитного кодирования. Теорема Маркова.
8. Неравенство Макмиллана.
9. Существование префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
10. Теорема редукции.
11. Коды с исправлением *r* ошибок. Оценка функции .
12. Коды Хэмминга. Оценка функции .
13. Метод Карацубы построения схемы для умножения, верхняя оценка ее сложности.
14. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки. Автоматность осуществляемых ими отображений.
15. Моделирование автоматной функции схемой из функциональных элементов и элементов задержки.
16. Теорема Мура. Пример автомата, на котором достигается оценка теоремы Мура.

**Часть В** – ответ без конспектов и почти без подготовки (3-5 минут), с доказательствами (можно излагать устно).

1. Функции алгебры логики. Равенство функций. Тождества для элементарных функций.
2. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме.
3. Полные системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты).
4. Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом.
5. Понятие замкнутого класса. Замкнутость классов 
6. Класс монотонных функций, его замкнутость.
7. Лемма о несамодвойственной функции.
8. Лемма о немонотонной функции.
9. Теорема о максимальном числе функций в базисе в алгебре логики.
10. Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность.
11. Корневые деревья. Верхняя оценка их числа.
12. Геометрическая реализация графов. Теорема о реализации графов в трехмерном пространстве.
13. Планарные (плоские) графы. Формула Эйлера.
14. Доказательство непланарности графов *K*5 и *K*3,3. Теорема Понтрягина-Куратовского (доказательство в одну сторону).
15. Оптимальные коды, их свойства.
16. Схемы из функциональных элементов. Реализация функций алгебры логики схемами.
17. Понятие автоматных функций, их представление диаграммой Мура. Единичная задержка.
18. Сумматор. Верхняя оценка сложности сумматора. Вычитатель.

По результатам контрольных работ по каждой из четырех тем (алгебра логики, графы, коды, автоматы) у каждого студента должна стоять одна из трех оценок — 0, 1/2 или 1. Оценка 0 означает, что на экзамене студент должен решить *дополнительную* задачу по данной теме, оценка 1/2, — что студент решает задачу по данной теме только в случае, если она выпадает *в билете*. Оценка 1 означает, что на экзамене студент не должен решать по данной теме как дополнительны*е* задачи, так и задачу из билета. Дополнительные задачи решаются до выбора билета. Студенты, не решившие достаточное количество *дополнительных* задач, удаляются с экзамена с оценкой «неудовлетворительно», количество решенных задач может ограничить сверху оценку, получаемую на экзамене.

Задачи решаются без конспектов.

После ответа на билет возможна прогонка по всему материалу (определения, формулировки, идеи доказательств) и *добавочные* задачи на любые темы (не путать с *дополнительными*!).